

1. Коэффициенты массоотдачи в барботажном слое на тарелке

Уравнения для расчета коэффициентов переноса массы компонента в турбулентном режиме:

В жидкой фазе:

$$\beta A_{\text{ж}} := \frac{u_{*ж} \cdot \left(S_0 \cdot \left(\frac{\rho_{\text{г}} \cdot w_0^2}{2} + \rho_{\text{ж}} \cdot g \cdot h'_{\text{сг}} \right) - \frac{S_{\text{к}} \cdot \rho_{\text{г}} \cdot w_{\text{к}}^2}{2} \right)}{\text{atan} \left(\sqrt{R_{1\text{ж}} \cdot S_{\text{сж}}} \right) \cdot \sqrt{R_{1\text{ж}}} \cdot \left(u_{*ж}^2 \cdot \rho_{\text{ж}} + \frac{2 \cdot \sigma}{R_{\text{э}}} \right)}$$

В газовой фазе:

$$\beta A_{\text{г}} := \frac{u_{*г} \cdot \left(S_0 \cdot \left(\frac{\rho_{\text{г}} \cdot w_0^2}{2} + \rho_{\text{ж}} \cdot g \cdot h'_{\text{сг}} \right) - \frac{S_{\text{к}} \cdot \rho_{\text{г}} \cdot w_{\text{к}}^2}{2} \right)}{\text{atan} \left(\sqrt{R_{1\text{г}} \cdot S_{\text{сг}}} \right) \cdot \sqrt{R_{1\text{г}}} \cdot \left(u_{*г}^2 \cdot \rho_{\text{г}} + \frac{2 \cdot \sigma}{R_{\text{э}}} \right)}$$

Динамическая скорость в жидкой и газовой фазах:

$$u_{*ж} := \left(\frac{\rho_{\text{г}} \cdot \left(w_0^2 - w_{\text{п}}^2 \right)}{4 \cdot \rho_{\text{ж}}} + \frac{g \cdot h_{\phi}}{2} \right)^{0.5}$$

$$u_{*г} := \left(\frac{w_0^2 - w_{\text{п}}^2}{4} + \frac{\rho_{\text{ж}} \cdot g \cdot h_{\phi}}{2 \cdot \rho_{\text{г}}} \right)^{0.5}$$

Коэффициент трения в жидкости и число Рейнольдса:

$$C_{f0ж} := \frac{0.073}{Re_{0ж}^{0.2}} \quad Re_{0ж} := \frac{U_{\text{гп}} \cdot l}{\nu_{\text{ж}}}$$

Скорость на поверхности струи:

$$U_{\text{гп}} := w_0 - u_{*г} \cdot \sqrt{R_{1\text{г}}} \cdot \text{atan} \left(\sqrt{R_{1\text{г}}} \right)$$

Безразмерная толщина вязкого подслоя:

$$R_{1\text{г}} := 11.6 \cdot \frac{w_0}{u_{*г}} \cdot \sqrt{\frac{C_{f0г}}{2}}$$

$$R_{1ж} := 11.6 \cdot \frac{U_{\text{гп}}}{u_{*ж}} \cdot \sqrt{\frac{C_{f0ж}}{2}}$$

Коэффициент трения в газовой фазе и число Рейнольдса:

$$C_{f0г} := \frac{0.073}{Re_{0г}^{0.2}} \quad Re_{0г} := \frac{w_0 \cdot l}{\nu_{\text{г}}}$$

Высота газовой струи, до распада на пузыри, по формуле Волошко:

$$h_{\phi} := 2.45 \cdot d_{\text{э}} \cdot \left(\frac{\rho_{\text{г}} \cdot w_0^2}{g \cdot d_{\text{э}} \cdot (\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}})} \right)^{0.35}$$

$$l := h_{\phi} \quad \varphi := 0.75$$

$$w_{\text{п}} := \frac{w_{\text{к}}}{\varphi} \quad d_{\text{э}} := 2 \cdot R_{\text{э}}$$

Коэффициенты массопередачи и теплопередачи в барботажном слое:

$$(KA_{ож}) := (\beta A_{ж})^{-1} + (m \cdot (\beta A_{г}))^{-1}$$

$$(KA_{ог}) := (\beta A_{г})^{-1} + m \cdot (\beta A_{ж})^{-1}$$

$$(KA_t) := (\alpha A_{г})^{-1} + (\alpha A_{ж})^{-1}$$

$$\beta a := \frac{(\beta A)}{V_{сл}} \quad \alpha a := \frac{(\alpha A)}{V_{сл} \cdot \rho \cdot c_p}$$

2. Пример расчета коэффициентов массоотдачи при десорбции углекислоты из воды воздухом на клапанных тарелках

Исходные данные:

Конструктивные характеристики:

Диаметр колонны

$$D_K := 0.8 \text{ м}$$

Диаметр клапана

$$d_{кл} := 0.05 \text{ м}$$

Вес клапана

$$G_{кл} := 35.7 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

Высота сливной планки

$$h_{сп} := 0.043 \text{ м}$$

Относительное свободное сечение

$$F_{св} := 0.085 \frac{\text{м}^2}{\text{м}^2} = 8.5 \%$$

Максимальная высота открытия клапана

$$h_{кл. max} := 0.006 \text{ м}$$

Число клапанов

$$n := 46$$

Режимные характеристики:

Скорость газа в колонне

$$W_K := [0.4 \ 1]^T \frac{\text{м}}{\text{с}} = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Расход жидкости на длину сливной планки

$$Q_{ж} := 3 \frac{\text{м}^3}{\text{м} \cdot \text{ч}}$$

Расчёт проводится для двух значений скорости газа в колонне

$$W_K = 0.4 \frac{\text{м}}{\text{с}} \text{ и } W_K = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \text{ для удобства расчета значения}$$

скорости задаются в виде транспонированного вектора, что позволяет одновременно выполнять расчёт для обоих значений.

т.е. знак "T" - обозначает операцию транспонирования

Теплофизические свойства фаз при 20 °С:

Плотность воды

$$\rho_{ж} := 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Плотность воздуха

$$\rho_{г} := 1.25 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

коэффициент молекулярной диффузии CO2 в воде

$$D_{ж} := 1.8 \cdot 10^{-9} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

Коэффициент кинетической вязкости воздуха

$$\nu_{г} := 1.8 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

Коэффициент кинетической вязкости жидкости

$$\nu_{ж} := 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

2.1 Высота подъема клапана

$$h_{кл} = \frac{W_{\kappa} \cdot S_{\kappa}}{\pi \cdot d_{кл} \cdot n} \cdot \sqrt{\frac{S_{кл} \cdot \rho_{\Gamma}}{2 \cdot G_{кл} \cdot g}}$$

Площадь пластины клапана

Площадь свободного сечения колонны

$$S_{кл} := \frac{\pi \cdot d_{кл}^2}{4} = 0.002 \text{ м}^2$$

$$S_{\kappa} := \frac{\pi \cdot D_{\kappa}^2}{4} = 0.5 \text{ м}^2$$

Ускорение свободного падения

$$g_{\text{з}} = 9.8066 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$h_{кл} := \frac{W_{\kappa} \cdot S_{\kappa}}{\pi \cdot d_{кл} \cdot n} \cdot \sqrt{\frac{S_{кл} \cdot \rho_{\Gamma}}{2 \cdot G_{кл} \cdot g_{\text{з}}}} = \begin{bmatrix} 0.0016 \\ 0.0041 \end{bmatrix} \text{ м}$$

Уточним высоту подъема клапана

$$h_{кл} := \begin{bmatrix} 0.0016 \\ 0.0041 \end{bmatrix} \text{ м}$$

$h_{кл} < h_{кл. \max}$ т.е. клапаны открыты не полностью

$$S_0 := \pi \cdot d_{кл} \cdot h_{кл} \cdot n = \begin{bmatrix} 0.0116 \\ 0.0296 \end{bmatrix} \text{ м}^2$$

Скорость газа в отверстиях:

$$w_0 := \frac{\overrightarrow{W_{\kappa} \cdot S_{\kappa}}}{S_0} = \begin{bmatrix} 17.391 \\ 16.967 \end{bmatrix} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Эквивалентные диаметр и радиус отверстия соответственно равны:

$$R_{\text{э}} := h_{кл} = \begin{bmatrix} 0.0016 \\ 0.0041 \end{bmatrix} \text{ м}$$

$$d_{\text{э}} := 2 \cdot h_{кл} = \begin{bmatrix} 0.0032 \\ 0.0082 \end{bmatrix} \text{ м}$$

2.2 Высота статического столба жидкости по эмпирическому выражению

$$h_{ст} = 0.787 \cdot Q_{\text{ж}}^{0.21} \cdot h_{сп}^{0.56} \cdot W_{\kappa}^m \cdot (1 - 0.31 \cdot \exp(-0.11 \cdot \mu))$$

Показатель степени

Динамическая вязкость жидкости

$$m := 0.05 - 4.6 \cdot \frac{h_{сп}}{\text{м}} = -0.148$$

$$\mu := \nu_{\text{ж}} \cdot \rho_{\text{ж}} \cdot 1000 = 1 \text{ Па} \cdot \text{с}$$

$$h_{ст} := 0.787 \cdot \left(\frac{Q_{\text{ж}} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}}{\text{м}^3} \right)^{0.21} \cdot \left(\frac{h_{сп}}{\text{м}} \right)^{0.56} \cdot \left(\frac{W_{\kappa} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}}{\text{м}^3} \right)^m \cdot \left(1 - 0.31 \cdot e^{-\frac{0.11 \cdot \mu}{\text{Па} \cdot \text{с}}} \right) \frac{\text{Па} \cdot \text{с}}{\text{Вт}} = \begin{bmatrix} 0.025 \\ 0.022 \end{bmatrix} \text{ м}$$

Среднее значение статического столба жидкости над геометрическим центром отверстия открытого клапана

$$\overrightarrow{h'_{сг}} := h_{сг} - \frac{h_{кл}}{2} = \begin{bmatrix} 0.024 \\ 0.02 \end{bmatrix} \text{ м}$$

2.3 Высота газовой струи до распада на пузыри

$$h_{\phi} := 2.45 \cdot d_{\phi} \cdot \left(\frac{\rho_{г} \cdot w_0^2}{g_{\phi} \cdot d_{\phi} \cdot (\rho_{ж} - \rho_{г})} \right)^{0.35} = \begin{bmatrix} 0.0187 \\ 0.034 \end{bmatrix} \text{ м}$$

Среднее значение динамической скорости в газовой фазе

$$u_{*г} := \left(\frac{w_0^2 - w_{п}^2}{4} + \frac{\rho_{ж} g_{\phi} \cdot h_{\phi}}{2 \cdot \rho_{г}} \right)^{0.5} = \begin{bmatrix} 12.21 \\ 14.31 \end{bmatrix} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Среднее значение динамической скорости в жидкой фазе

$$u_{*ж} := \left(\frac{\rho_{г} \cdot (w_0^2 - w_{п}^2)}{4 \cdot \rho_{ж}} + \frac{g_{\phi} \cdot h_{\phi}}{2} \right)^{0.5} = \begin{bmatrix} 0.43 \\ 0.51 \end{bmatrix} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Результаты расчетов проверим сравнением

$$\left(u_{*ж1} \right)^2 \cdot \rho_{ж} = 186.329 \text{ Па} \quad u_{*г1}^2 \cdot \rho_{г} = 186.329 \text{ Па}$$

$$\left(u_{*ж2} \right)^2 \cdot \rho_{ж} = 255.917 \text{ Па} \quad u_{*г2}^2 \cdot \rho_{г} = 255.917 \text{ Па}$$

$$\left(u_{*ж1} \right)^2 \cdot \rho_{ж} = \left(u_{*г1} \right)^2 \cdot \rho_{г} \quad \left(u_{*ж2} \right)^2 \cdot \rho_{ж} = \left(u_{*г2} \right)^2 \cdot \rho_{г}$$

$$\tau_{г} = \tau_{ж}$$

$$\tau_{г} = \rho_{г} \cdot u_{*г}^2$$

$$\tau_{ж} = \rho_{ж} \cdot u_{*ж}^2$$

2.4 Значение коэффициента массоотдачи

$$\beta_{A_{ж}} = \frac{u_{*ж} \cdot \left(S_0 \cdot \left(\frac{\rho_{г} \cdot w_0^2}{2} + \rho_{ж} g_3 \cdot h'_{ct} \right) - \frac{S_{к} \cdot \rho_{г} \cdot W_{к}^2}{2} \right)}{\operatorname{atan} \left(\sqrt{R_{1ж} \cdot S_{сж}} \right) \cdot \sqrt{R_{1ж}} \cdot \left(u_{*ж}^2 \cdot \rho_{ж} + \frac{2 \cdot \sigma}{R_9} \right)}$$

Число Шмидта

$$S_{сж} := \frac{\nu_{ж}}{D_{ж}} = 555.556 \quad g := g_3$$

Уточним параметры вязкостного подслоя

$$Re_{0г} := \frac{\overrightarrow{w_0 \cdot l}}{\nu_{г}} = \begin{bmatrix} 18108.4851 \\ 32009.8078 \end{bmatrix}$$

$$Re_{0ж} := \frac{\overrightarrow{U_{гп} \cdot h_{\phi}}}{\nu_{ж}} = \begin{bmatrix} 1.1985 \\ 2.1624 \end{bmatrix} 10^5$$

$$C_{f0г} := \frac{\overrightarrow{0.073}}{Re_{0г} \cdot 0.2} = \begin{bmatrix} 0.0103 \\ 0.0092 \end{bmatrix}$$

$$C_{f0ж} := \frac{\overrightarrow{0.073}}{Re_{0ж} \cdot 0.2} = \begin{bmatrix} 0.007 \\ 0.0063 \end{bmatrix}$$

$$R_{1г} := 11.6 \cdot \frac{w_0}{u_{*г}} \cdot \sqrt{\frac{C_{f0г}}{2}} = \begin{bmatrix} 1.1843 \\ 0.9313 \end{bmatrix}$$

$$R_{1ж} := 11.6 \cdot \frac{U_{гп}}{u_{*ж}} \cdot \sqrt{\frac{C_{f0ж}}{2}} = \begin{bmatrix} 10.1959 \\ 8.1667 \end{bmatrix}$$

$$U_{гп} := \overrightarrow{w_0 - u_{*г} \cdot \sqrt{R_{1г}} \cdot \operatorname{atan} \left(\sqrt{R_{1г}} \right)} = \begin{bmatrix} 6.3948 \\ 6.3678 \end{bmatrix} \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad \sigma := 0.072$$

$$\beta_{A_{ж}} := \frac{u_{*ж} \cdot \left(S_0 \cdot \left(\frac{\rho_{г} \cdot w_0^2}{2} + \rho_{ж} g_3 \cdot h'_{ct} \right) - \frac{S_{к} \cdot \rho_{г} \cdot W_{к}^2}{2} \right)}{\operatorname{atan} \left(\sqrt{R_{1ж} \cdot S_{сж}} \right) \cdot \sqrt{R_{1ж}} \cdot \left(\frac{u_{*ж}^2}{\left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^2} \cdot \frac{\rho_{ж}}{\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} + \frac{2 \cdot \sigma}{R_9} \right)} = \begin{bmatrix} 1.54 \\ 4.229 \end{bmatrix} \frac{\text{м}^3}{\text{с}} \cdot 10^{-3} \text{ Па}$$

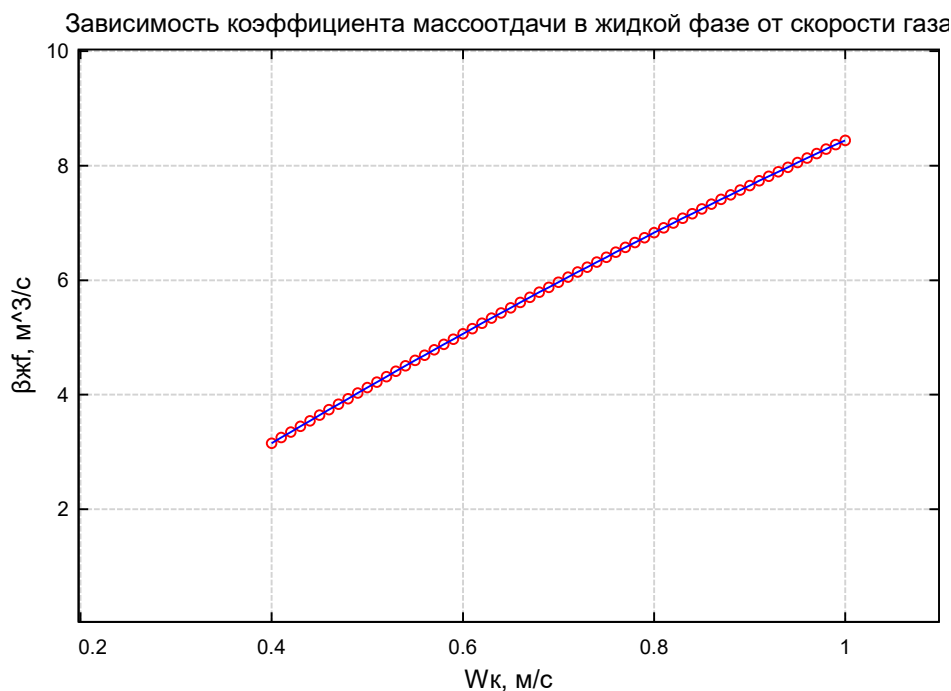
Коэффициент массоотдачи, отнесенный к рабочей площади тарелки

$$\beta_{жф} := \frac{\beta_{A_{ж}}}{S_{к}} = \begin{bmatrix} 0.003 \\ 0.008 \end{bmatrix} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Экспериментальные значения коэффициентов массоотдачи

$$\beta_{жф.э} := \begin{bmatrix} 3.4 \cdot 10^{-3} \\ 7.8 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Расчет в диапазоне скоростей от 0.4 до 1 с шагом 0.01



$$\begin{cases} \text{augment} \left(W_k, \beta_{\text{жф}} \cdot 10^3, "o", 5, "red" \right) \\ \text{augment} \left(W_k, \beta_{\text{жф}} \cdot 10^3 \right) \end{cases}$$

3. Численное моделирование десорбции в барботажном слое на тарелках

Численное моделирование (расчет одной кривой)

Расчёт профиля концентрации основан на дифференциальном уравнении массопереноса (3.18)

$$u_{\text{ж}}(y) \frac{\partial C_{\text{ж}}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[(D + D_{\Gamma})_{\text{ж}} \frac{\partial C_{\text{ж}}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(D + D_{\Gamma})_{\text{ж}} \frac{\partial C_{\text{ж}}}{\partial y} \right] + \beta_{\text{ж}} a (C_{\text{ж}} - C_{\text{ж}}^*), \quad C_{\text{ж}}^* = f(C_{\Gamma}).$$

Для численного расчёта используется приближённая одномерная ячеечная модель, полученная из уравнения (3.18) при условии равномерного распределения фаз в поперечном направлении тарелки

Число расчетных ячеек

$$N := 20$$

Общее количество точек итерации

$$b := N + 1$$

Начальная концентрация

$$C_H := 300$$

Равновесная концентрация

$$C_Z := 1$$

Плотность жидкости

$$\rho_{\text{ж}} := 1000$$

Расход жидкости

$$Q_{\text{ж}} := \frac{3}{3600}$$

Массовый расход жидкости

$$L_{\text{ж}} := \rho_{\text{ж}} \cdot Q_{\text{ж}}$$

Коэффициент массоотдачи

$$\beta a := 1.54 \cdot 10^{-3}$$

Коэффициент, показывающий, насколько сильно
изменяется концентрация в одной расчётной ячейке

$$k := \frac{\rho_{\text{ж}} \cdot \beta a}{L_{\text{ж}} \cdot N}$$

Столбец концентраций

$$C := \text{Zeros}(b, 1)$$

Первое значение

$$C_{11} := C_H$$

Расчет концентрации по ячейкам

$$\begin{aligned} \text{for } i \in [2..b] \\ & C_{i-11} := C_{i-11} \\ & C_{i1} := \frac{C_{i-11} + k \cdot C_Z}{1 + k} \\ & C_k := C_{b1} \end{aligned}$$

Эффективность десорбции

$$E := \frac{C_H - C_k}{C_H - C_Z} = 0.829$$

Координата

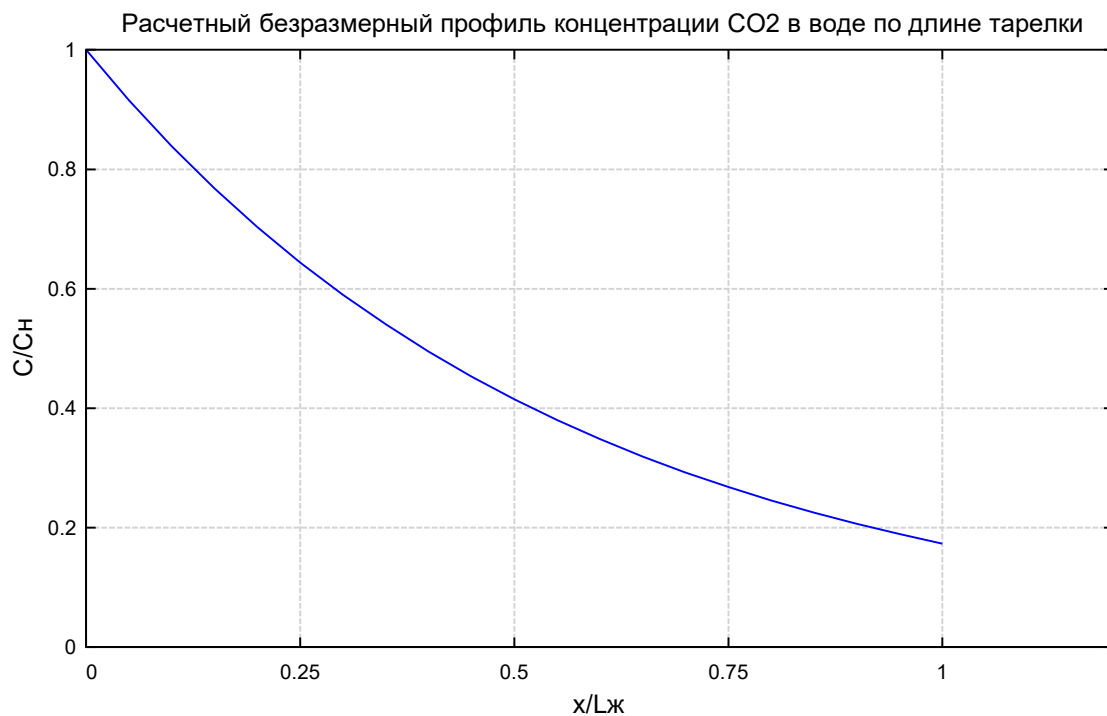
$$X := \frac{x}{N}$$

Безразмерная концентрация

$$C_{\text{rel}} := \frac{C}{C_H}$$

Вектор номеров расчетных ячеек
по длине тарелки

$$x := [0..N]$$



$$\text{augment}(X, C_{\text{rel}})$$

Численное моделирование (расчет нескольких кривых)

Коэффициент массоотдачи

$$\beta a := [1.54 \ 4.229] \cdot 10^{-3}{}^T$$

Для увеличения количества расчётных режимов в матрицу добавляются соответствующие значения коэффициента массоотдачи

Количество расчетных режимов

$$q := \text{rows}(\beta a)$$

Матрица концентраций

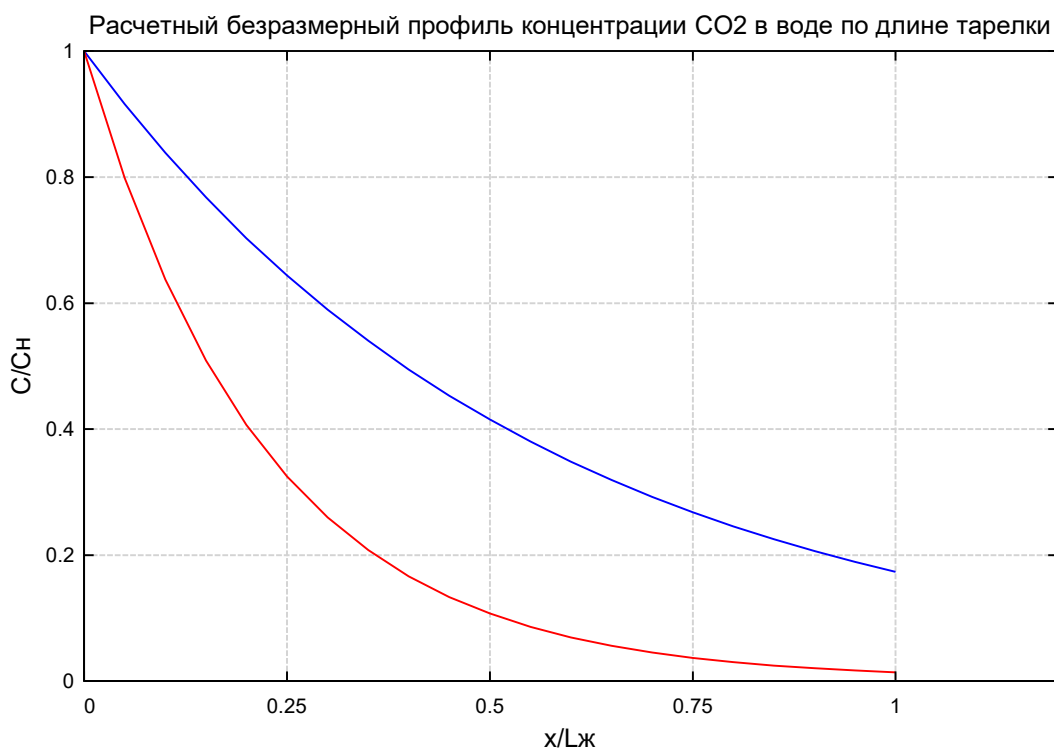
$$C := \text{Zeros}(b, q)$$

Вектор коэффициентов

$$k := \text{Zeros}(q, 1)$$

Цикл перебора режимов массопереноса

```
for j ∈ [1..q]
  C1 j := CH
  kj 1 :=  $\frac{\rho_{\text{ж}} \cdot \beta a_{j 1}}{L_{\text{ж}} \cdot N}$ 
  for i ∈ [2..b]
    Cold := Ci-1 j
    Ci j :=  $\frac{\text{Cold} + k_{j 1} \cdot C_z}{1 + k_{j 1}}$ 
  Crel :=  $\frac{C}{C_H}$ 
```



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{augment} \left(X, C_{\text{rel}} [1..b] 1 \right) \\ \text{augment} \left(X, C_{\text{rel}} [1..b] 2 \right) \end{array} \right.$$

Здесь соответственно добавляем новый augment и индекс 3, 4 и т.д.