

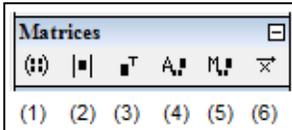
**Uso del panel de Matrices en SMath Studio + Operaciones matriciales**

**Gilberto E. Urroz, Ph.D., P.E., Profesor Asociado, Departamento de Ingenieria Civil y Ambiental, Universidad Estatal de Utah, Logan, Utah, EEUU**

Introduccion

A continuacion se presentan ejemplos de creacion y manipulacion de matrices utilizando el panel de Matrices en SMath Studio, asi como otras funciones matriciales. La programacion usualmente requiere el uso de arreglos unidimensionales (vectores) y bidimensionales (matrices). Por lo tanto, es esencial conocer las funciones de vectores y matrices disponibles en SMath Studio para utilizarlas en la escritura de programas.

El panel de Matrices se muestra a continuacion:

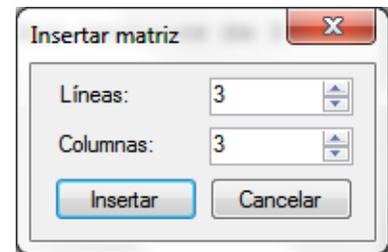


Este panel consiste de 6 iconos identificados de esta manera:

- (1) Matriz 3x3 (Cntl+M): escribir una matriz especificando el numero de lineas y columnas
- (2) Determinante: calcula el determinante de una matriz
- (3) Matriz transpuesta (Cntl+I): para obtener la transpuesta de una matriz
- (4) Cofactor de una matriz: similar al menor de una matriz
- (5) Menor: calcula el determinante de una matrix menor (o reducida)
- (6) Producto cruz (o producto vectorial): calcula el producto cruz de dos vectores de 3 elementos

Escritura de matrices con el icono "Matriz 3x3"

Supongase que se quieren definir dos vectores columna de 3 elementos,  $u$  y  $v$ , usando el icono "Matriz 3x3". Primero definase el vector  $u$  al pulsar en una seccion vacia del cuaderno y escribir "u:". Despues, pulse el boton "Matriz 3x3" en el panel de Matrices para producir lo siguiente ----> en el cual, por defecto, se crea una matrix de 3 lineas y 3 columnas.



Cambiese el numero de "Columnas" a 1 y pulse el boton [Insertar]. Esto resulta en lo siguiente ----->

$$u := \begin{pmatrix} \blacksquare \\ \blacksquare \\ \blacksquare \end{pmatrix}$$

El siguiente paso consiste en escribir las componentes del vector al pulsar en los diferentes puntos de entrada y escribir los valores correspondientes. Los vectores  $u$  y  $v$ , escritos de esta manera, se muestran a la derecha: ----->

$$u := \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} \quad v := \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Utilizando el icono "Matriz 3x3", o el comando "Cntl+M", se pueden definir otras matrices tales como la matriz  $A$ , 5x4, y la matrix  $B$ , 6x6, que se muestran a continuacion:

$$A := \begin{pmatrix} 5 & -2 & 3 & 8 \\ -4 & -7 & 0 & 3 \\ 7 & 2 & 3 & -5 \\ -2 & -8 & 3 & 5 \\ 6 & 2 & -4 & 9 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 2 & -8 & -3 & 5 & -6 & 3 \\ 3 & 1 & -5 & 4 & 4 & 2 \\ 6 & 8 & 6 & -1 & 8 & 8 \\ 9 & -3 & -5 & -6 & 8 & 7 \\ -3 & 8 & 0 & 9 & -7 & 8 \\ 6 & 0 & -7 & 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Calculo del determinante de una matriz

Para calcular el determinante de una matriz que ha sido definida anteriormente, como las matrices  $A$  y  $B$ , pulse en el cuaderno, y despues pulse el icono "Determinante" en el panel de Matrices. Escriba el nombre de la matriz en el punto de entrada del determinante y presione el signo igual (=) en su teclado. He aqui un ejemplo:

$$|B| = -6.1881 \cdot 10^5$$

Notese que el determinante de A, que no es una matriz cuadrada, no esta definido. Por lo tanto, el intentar calcular el determinante de A produce un error. ----->  $|A| = \blacksquare$

### Transpuesta de una matriz

Para obtener la transpuesta de una matriz que ha sido definida anteriormente, pulse en el cuaderno, y presione el icono "Matriz transpuesta" en el panel de Matrices. Escriba el nombre de la matriz en el punto de entrada de la transpuesta y presione el signo igual (=) en su teclado. He aqui algunos examples:

$$u^T = (3 \ 5 \ -2) \quad v^T = (3 \ -5 \ 7)$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 7 & -2 & 6 \\ -2 & -7 & 2 & -8 & 2 \\ 3 & 0 & 3 & 3 & -4 \\ 8 & 3 & -5 & 5 & 9 \end{pmatrix} \quad B^T = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 & 9 & -3 & 6 \\ -8 & 1 & 8 & -3 & 8 & 0 \\ -3 & -5 & 6 & -5 & 0 & -7 \\ 5 & 4 & -1 & -6 & 9 & 4 \\ -6 & 4 & 8 & 8 & -7 & -1 \\ 3 & 2 & 8 & 7 & 8 & 2 \end{pmatrix}$$

### Iconos de Cofactor de una matriz (4) y Menor (5)

La operacion de estos dos iconos es muy similar: Pulse en el cuaderno, presione el icono (4) o el icono (5), lo que produce ya sea el simbolo A o el simbolo M con dos puntos de entrada para subindices y un punto de entrada enter parenthesis. Escriba valores numericos enteros en los puntos de entrada de subindices, digamos i y j. Asi mismo, escriba el nombre de una matriz cuadrada en el punto de entrada entre parenthesis, digamos, B. El simbolo A produce el valor absoluto del determinante de la matriz menor que resulta al remover la linea i y la columna j de la matriz B. Por otro lado, el simbolo M produce el determinante de la misma matriz menor. Por ejemplo, para la matriz B, 6x6, definida anteriormente, resulta:

$$A_{2 \ 3}(B) = 22763 \quad M_{2 \ 3}(B) = -22763$$

### Extracting una matriz menor (esta funcion no se encuentra en el panel de Matrices)

Para extraer una matriz menor utilicese la funcion "vminor()", disponible bajo la categoria "Matriz y Vector" en el icono de Funcion en la barra del ----->  menu en SMath Studio. Esta funcion produce un simbolo M muy similar al que se produce con el icono (5) en el panel de Matrices, pero resulta en la matriz menor, en lugar del determinante de esa matriz, es decir,

$$M_{2 \ 3}(B) = \begin{pmatrix} 2 & -8 & 5 & -6 & 3 \\ 6 & 8 & -1 & 8 & 8 \\ 9 & -3 & -6 & 8 & 7 \\ -3 & 8 & 9 & -7 & 8 \\ 6 & 0 & 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

### Calculo de un producto cruz o producto vectorial

El producto cruz, o producto vectorial, opera solamente en vectores columna de tres elementos, tales como los vectores u y v definidos anteriormente.

Para calcular un producto cruz, pulse en un lugar vacio del cuaderno, y pulse el icono "Producto cruzado" en el panel de Matrices. Esta funcion produce dos puntos de entrada separados por el simbolo de multiplicacion (x). Escriba, en los puntos de entrada, los nombres de los vectores previamente definidos, o escriba nuevos vectores usando el icono "Matriz 3x3 (Cntl+M)" en el panel de Matrices. Finalmente, escriba el signo igual (=). He aqui algunos ejemplos:

$$u \times v = \begin{pmatrix} 25 \\ -27 \\ -30 \end{pmatrix} \quad v \times u = \begin{pmatrix} -25 \\ 27 \\ 30 \end{pmatrix}$$

Otras operaciones matriciales comunes (no contenidas en el panel de Matrices)

1 - Calculo de la INVERSA de una matriz cuadrada: escriba el nombre de la matriz y elevele a la potencia (-1), por ejemplo:

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 0.02 & -0.1 & 0.08 & -0.05 & -0.06 & 0.17 \\ -0.09 & -0.05 & 0 & -0.01 & 0.03 & 0.08 \\ 0.07 & -0.04 & 0.09 & -0.07 & -0.05 & -0.02 \\ 0.07 & 0.13 & 0.05 & -0.08 & -0.03 & -0.02 \\ 0.01 & 0.16 & 0.01 & 0 & -0.03 & -0.11 \\ 0.03 & 0.01 & -0.01 & 0.08 & 0.07 & -0.09 \end{pmatrix}$$

2 - Adicion, substracion, y producto de matrices: use los mismos operadores aritmeticos (+, -, \*) que se usan con cantidades escalares, por ejemplo:

$$B+B^T = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 3 & 14 & -9 & 9 \\ -5 & 2 & 3 & 1 & 12 & 2 \\ 3 & 3 & 12 & -6 & 8 & 1 \\ 14 & 1 & -6 & -12 & 17 & 11 \\ -9 & 12 & 8 & 17 & -14 & 7 \\ 9 & 2 & 1 & 11 & 7 & 4 \end{pmatrix} \quad B^T - B = \begin{pmatrix} 0 & 11 & 9 & 4 & 3 & 3 \\ -11 & 0 & 13 & -7 & 4 & -2 \\ -9 & -13 & 0 & -4 & -8 & -15 \\ -4 & 7 & 4 & 0 & 1 & -3 \\ -3 & -4 & 8 & -1 & 0 & -9 \\ -3 & 2 & 15 & 3 & 9 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot B^T = \begin{pmatrix} 147 & 15 & -99 & 0 & 41 & 65 \\ 15 & 71 & 40 & 71 & 23 & 69 \\ -99 & 40 & 265 & 126 & 45 & -2 \\ 0 & 71 & 126 & 264 & -105 & 71 \\ 41 & 23 & 45 & -105 & 267 & 41 \\ 65 & 69 & -2 & 71 & 41 & 106 \end{pmatrix} \quad B \cdot B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C := 3 \cdot B - 5 \cdot B^T, \text{ or,}$$

$$C = \begin{pmatrix} -4 & -39 & -39 & -30 & -3 & -21 \\ 49 & -2 & -55 & 27 & -28 & 6 \\ 33 & 49 & -12 & 22 & 24 & 59 \\ 2 & -29 & -10 & 12 & -21 & 1 \\ 21 & 4 & -40 & -13 & 14 & 29 \\ 3 & -10 & -61 & -23 & -43 & -4 \end{pmatrix}$$

3 - Escritura de tipos especificos de matrices: use las siguientes funciones bajo la categoria "Matriz y Vector" que resulta al usar el icono de "Funcion":----->



diag(v): produce un matriz tal que los elementos de su diagonal principal son las componentes de un vector columna v, mientras que los elementos fuera de la diagonal principal son cero, por ejemplo,

$$\text{diag}(u) = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{diag}(v) = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

identity(n): produce una matrix identidad de orden nxn, por ejemplo,

$$\text{identity}(3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{identity}(4) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

`matrix(n,m)` : produce una matriz de n líneas y m columnas con todos los elementos iguales a cero, por ejemplo,

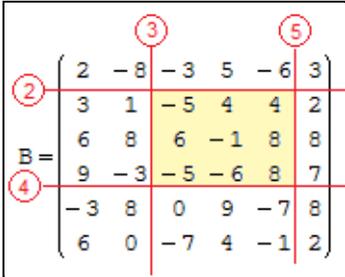
$$\text{matrix}(3, 4) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{matrix}(4, 4) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

`reverse(matriz)` : revierte el orden de las líneas en matrices o vectores, por ejemplo,

$$u = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{reverse}(u) = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -8 & -3 & 5 & -6 & 3 \\ 3 & 1 & -5 & 4 & 4 & 2 \\ 6 & 8 & 6 & -1 & 8 & 8 \\ 9 & -3 & -5 & -6 & 8 & 7 \\ -3 & 8 & 0 & 9 & -7 & 8 \\ 6 & 0 & -7 & 4 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{reverse}(B) = \begin{pmatrix} 6 & 0 & -7 & 4 & -1 & 2 \\ -3 & 8 & 0 & 9 & -7 & 8 \\ 9 & -3 & -5 & -6 & 8 & 7 \\ 6 & 8 & 6 & -1 & 8 & 8 \\ 3 & 1 & -5 & 4 & 4 & 2 \\ 2 & -8 & -3 & 5 & -6 & 3 \end{pmatrix}$$

`submatrix(matriz, is, ie, js, je)` : extrae una submatrix de "matriz" incluyendo líneas is a ie, and columnas js a je, por ejemplo,

$$\text{submatrix}(B, 2, 4, 3, 5) = \begin{pmatrix} -5 & 4 & 4 \\ 6 & -1 & 8 \\ -5 & -6 & 8 \end{pmatrix} \quad , \text{i.e.,}$$


`col(matriz,j)` : extrae la columna j de "matriz" como un vector columna, por ejemplo,

$$\text{col}(A, 3) = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \text{col}(B, 2) = \begin{pmatrix} -8 \\ 1 \\ 8 \\ -3 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}$$

`row(matriz,i)` : extrae la línea i de "matriz" como un vector línea, por ejemplo,

$$\text{row}(A, 2) = (-4 \ -7 \ 0 \ 3) \quad \text{row}(B, 3) = (6 \ 8 \ 6 \ -1 \ 8 \ 8)$$

`augment(m1,m2)` : produce una nueva matriz al agregar las columnas de la matriz m2 a la matriz m1. Las matrices m1 y m2 deben tener el mismo número de líneas, por ejemplo,

$$u = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} \quad v = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 7 \end{pmatrix} \quad \text{augment}(u, v) = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 5 & -5 \\ -2 & 7 \end{pmatrix}$$

`stack(m1,m2)`: produce una nueva matriz al agregar las lineas de la matriz m2 a la matriz m1. Las matrices m1 y m2 deben tener el mismo numero de columnas, por ejemplo,

$$u^T = (3 \ 5 \ -2) \quad v^T = (3 \ -5 \ 7) \quad \text{stack}(u^T, v^T) = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -2 \\ 3 & -5 & 7 \end{pmatrix}$$

- 4 - Funciones que caracterizan matrices: estas son funciones que producen cantidades que representan alguna característica de una matriz. Una de esas cantidades es el determinante de una matriz, el cual puede calcularse usando el icono (2) en el panel de Matrices, o usando la función "det".

Las siguientes son funciones de interés disponibles bajo la categoría "Matriz y Vector" en el icono de "Función" en la barra de menú de SMath Studio:



- \* `cols(matriz)`: determina el número de columnas en una "matriz"
- \* `det(matriz)`: calcula el determinante de una "matriz"
- \* `el(matriz,i,j)`: extrae elemento i,j de una "matriz"
- \* `length(matriz)`: determina el número de elementos en una "matriz" (o vector)
- \* `max(matriz)`: determina el valor máximo en una "matriz" (o vector)
- \* `min(matriz)`: determina el valor mínimo en una "matriz" (o vector)
- \* `norm1(matriz)`: determina la norma L1 de una "matriz"
- \* `norme(matriz)`: determina la norma Euclidiana de una "matriz"
- \* `normi(matriz)`: determina la norma infinita de una "matriz"
- \* `rank(matriz)`: determina el rango de una "matriz"
- \* `rows(matriz)`: determina el número de líneas en una "matriz"
- \* `trace(matriz)`: determina la traza (suma de elementos en la diagonal) de una "matriz" cuadrada

Algunos ejemplos de estas funciones se muestran a continuación:

```
cols(A)= 4          rows(A)= 5          B2 3 = -5  <-- this is "el(B,2,3)"
length(B)= 36      max(B)= 9           min(B)= -8
norm1(A)= 30       norme(B)= ■         normi(A)= 21
rank(A)= 4         tr(B)= -2
```

- 5 - Operaciones que involucran ordenar una matriz por columnas o líneas, u ordenar un vector: Estas operaciones están también disponibles bajo la categoría "Matriz y Vector" del icono de Función en la barra del menú de SMath Studio: ----->



`csort(matrix,j)`: ordena los elementos de la columna j en orden ascendente mientras llevan con ellos los elementos correspondientes de otras columnas, por ejemplo, ordenar la matriz B por la columna 3:

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -8 & -3 & 5 & -6 & 3 \\ 3 & 1 & -5 & 4 & 4 & 2 \\ 6 & 8 & 6 & -1 & 8 & 8 \\ 9 & -3 & -5 & -6 & 8 & 7 \\ -3 & 8 & 0 & 9 & -7 & 8 \\ 6 & 0 & -7 & 4 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{csort}(B, 3) = \begin{pmatrix} 6 & 0 & -7 & 4 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -5 & 4 & 4 & 2 \\ 9 & -3 & -5 & -6 & 8 & 7 \\ 2 & -8 & -3 & 5 & -6 & 3 \\ -3 & 8 & 0 & 9 & -7 & 8 \\ 6 & 8 & 6 & -1 & 8 & 8 \end{pmatrix}$$

`rsort(matrix, j)`: ordena los elementos de la línea  $i$  en orden ascendente mientras llevan con ellos los elementos correspondientes de otras líneas, por ejemplo, ordenar la matrix  $B$  por la columna 3:

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -8 & -3 & 5 & -6 & 3 \\ 3 & 1 & -5 & 4 & 4 & 2 \\ 6 & 8 & 6 & -1 & 8 & 8 \\ 9 & -3 & -5 & -6 & 8 & 7 \\ -3 & 8 & 0 & 9 & -7 & 8 \\ 6 & 0 & -7 & 4 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{rsort}(B, 4) = \begin{pmatrix} 5 & -3 & -8 & 3 & -6 & 2 \\ 4 & -5 & 1 & 2 & 4 & 3 \\ -1 & 6 & 8 & 8 & 8 & 6 \\ -6 & -5 & -3 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 0 & 8 & 8 & -7 & -3 \\ 4 & -7 & 0 & 2 & -1 & 6 \end{pmatrix}$$

`sort(vector)`: ordena los elementos de un vector columna en orden ascendente, por ejemplo,

$$v = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 7 \end{pmatrix} \quad \text{sort}(v) = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} \quad u = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{sort}(u) = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$